Kvartiles. Starpkvartiļu amplitūda. Kastu diagramma

MIKC „DDMV „Saules skola”””
Vispārējās izglītības programma
Mācību priekšmets: **Matemātika I, 1. kurss** (vai 10.klase)
Autors: **Nataļja Soikāne**
2022./2023.m.g.

Anotācija

Nataļja Soikāne

KVARTILES. STARPKVARTIĻU AMPLITŪDA. KASTU DIAGRAMMA

Metodiskā izstrādne dod iespēju matemātikas stundās iepazīties ar jēdzieniem “kvartiles”, “starpkvartiļu amplitūda”, “kastu diagramma”. Prezentācijā apkopoti teorētiskie pamati ar uzdevumu atrisināšanas piemēriem, darbs satur arī uzdevumus patstāvīgajam darbam.

Mērķauditorija: izglītojamie, matemātikas skolotāji.

Saturs

1. Teorija.
    1) Kvartiles.
    2) Starpkvartiļu amplitūda.
    3) Kastu diagrammas.
    4) Kur noder kastu diagrammas?
2. Uzdevumi patstāvīgajam darbam.
3. Literatūras saraksts.

1. Kvartiles

Kvartiles Q_0, Q_1, Q_2, Q_3, Q_4 – sadala augošā secībā sakārtotu datu kopu četrās vienādās daļās.

- Kvartiles Q_0 un Q_4 sakrīt ar kopas minimumu un maksimumu.
- Otrā kvartile Q_2 sakrīt ar kopas mediānu.
- Pirmā kvartile Q_1 norāda, ka par to mazākas ir ceturtā daļa jeb 25% no visiem novērojumiem sakārtotajā datu kopā.
- Trešā kvartile Q_3 norāda, ka par to mazākas ir trīs ceturtdaļas jeb 75% no visiem novērojumiem sakārtotajā datu kopā.
- Var apgalvot, ka **vismaz puse datu pieder intervālam** $[Q_1; Q_3]$.

$$Q_0 = x_{min}$$

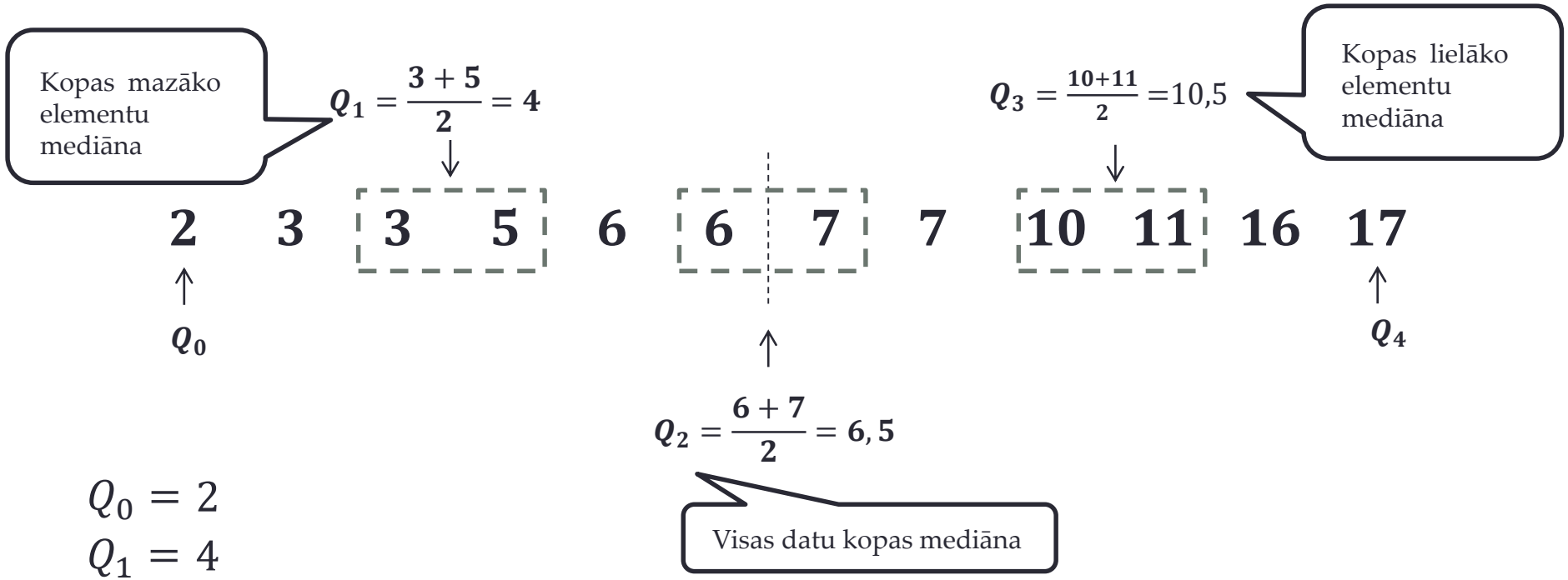
$$Q_4 = x_{max}$$

$$Q_2 = Me$$

Piemēri

Noteikt kvartiles Q_0, Q_1, Q_2, Q_3, Q_4.

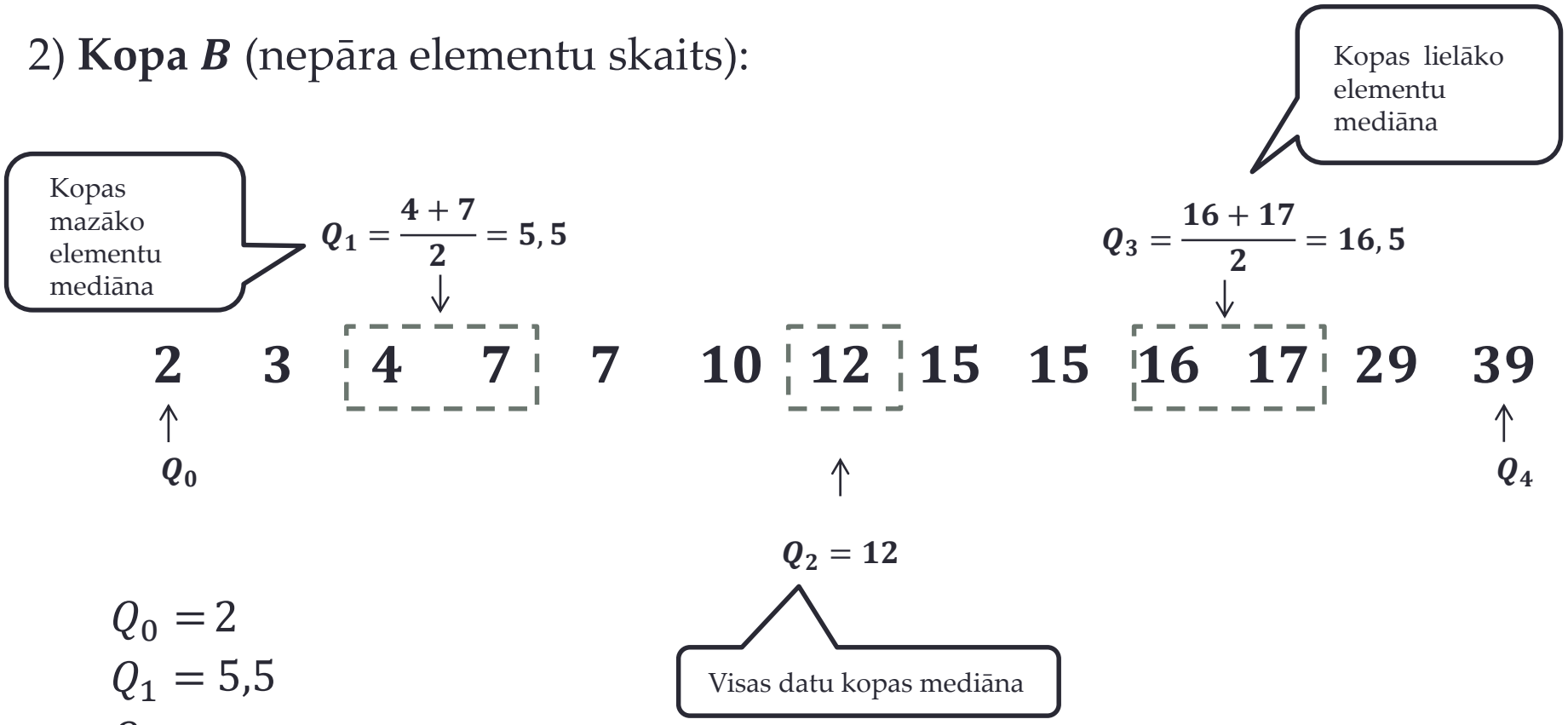
1) **Kopa *A*** (pāra elementu skaits):



$Q_0 = 2$
$Q_1 = 4$
$Q_2 = 6{,}5$
$Q_3 = 10{,}5$
$Q_4 = 17$

Piemēri

2) **Kopa *B*** (nepāra elementu skaits):



$Q_0 = 2$
$Q_1 = 5,5$
$Q_2 = 12$
$Q_3 = 16,5$
$Q_4 = 39$

2. Starpkvartiļu amplitūda

Starpkvartiļu amplitūda (IQR) ir trešās un pirmās kvartiles starpība:

$$\mathbf{IQR} = Q_3 - Q_1.$$

Izmantojot starpkvartiļu amplitūdu, var noteikt datu kopas minimālo un maksimālo vērtību un **atsijāt izlecošās vērtības**.

$$min = Q_1 - 1,5(Q_3 - Q_1)$$
$$max = Q_3 + 1,5(Q_3 - Q_1)$$

Izlecošās vērtības (outliers) ir visas vērtības, kuras nepieder intervālam [min;max],

t.i. mazākas nekā $Q_1 - 1,5 \cdot \mathbf{IQR}$ vai lielākas nekā $Q_3 + 1,5 \cdot IQR$.



Izlecošās vērtības mēdz izslēgt no analizējamās datu kopas.

Piemēri

a) Noteikt starpkvartiļu amplitūdu (IQR).

b) Noteikt izlecošās vērtības.

1) **2 3 3 5 6 6 7 7 10 11 16 17**

$Q_0 = 2$

$Q_1 = 4$

$Q_2 = 6{,}5$

$Q_3 = 10{,}5$

$Q_4 = 17$

a) Starpkvartiļu amplitūda:

$\boldsymbol{IQR = Q_3 - Q_1} = 10{,}5 - 4 = 6{,}5.$

b) Izlecošās vērtības.

$\boldsymbol{min = Q_1 - 1{,}5 \cdot IQR = 4 - 1{,}5 \cdot 6{,}5 = 4 - 9{,}75 = -5{,}57}$

$\boldsymbol{max = Q_3 + 1{,}5 \cdot IQR = 10{,}5 + 1{,}5 \cdot 6{,}5 = 10{,}5 + 9{,}75 = 20{,}25}$

Visi dati atrodas intervālā $[-5{,}75; 20{,}25]$.

$\Longrightarrow$ Izlecošo vērtību nav.

Piemēri

2) **2 3 4 7 7 10 12 15 15 16 17 29 39**

$Q_0 = 2$

$Q_1 = 5{,}5$

$Q_2 = 12$

$Q_3 = 16{,}5$

$Q_4 = 39$

a) Starpkvartiļu amplitūda:

$\boldsymbol{IQR = Q_3 - Q_1} = 16{,}5 - 5{,}5 = 11.$

b) Izlecošās vērtības.

$\boldsymbol{min = Q_1 - 1{,}5 \cdot IQR = 5{,}5 - 1{,}5 \cdot 11 = 5{,}5 - 16{,}5 = -11}$

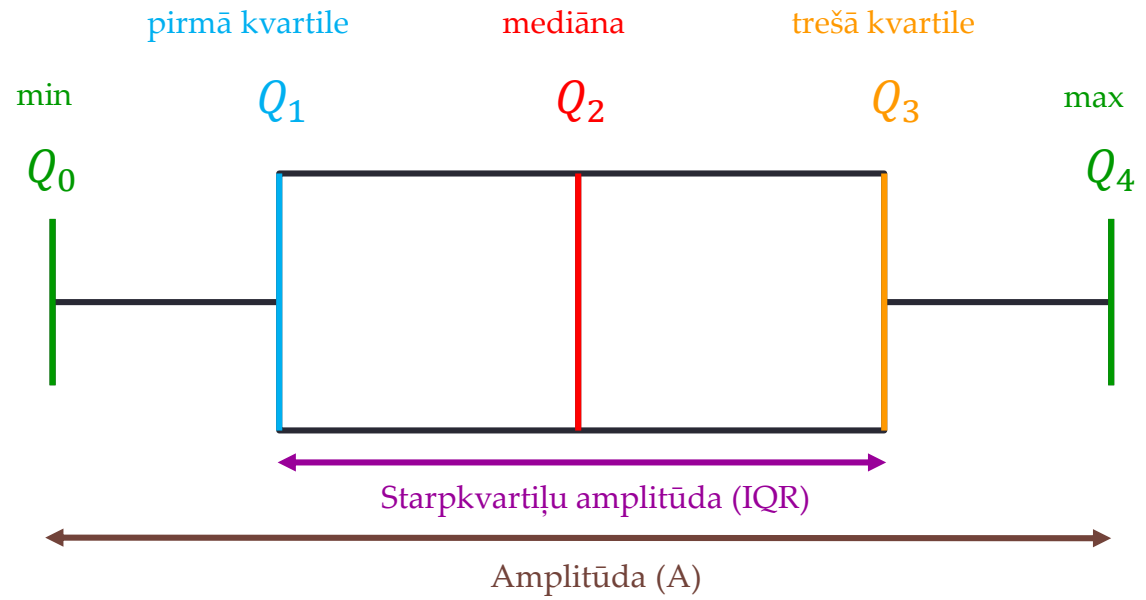
$\boldsymbol{max = Q_3 + 1{,}5 \cdot IQR = 16{,}5 + 1{,}5 \cdot 11 = 16{,}5 + 16{,}5 = 33}$

$39 \notin [-11; 33].$

$\Longrightarrow$ **39 ir izlecošā vērtība.**

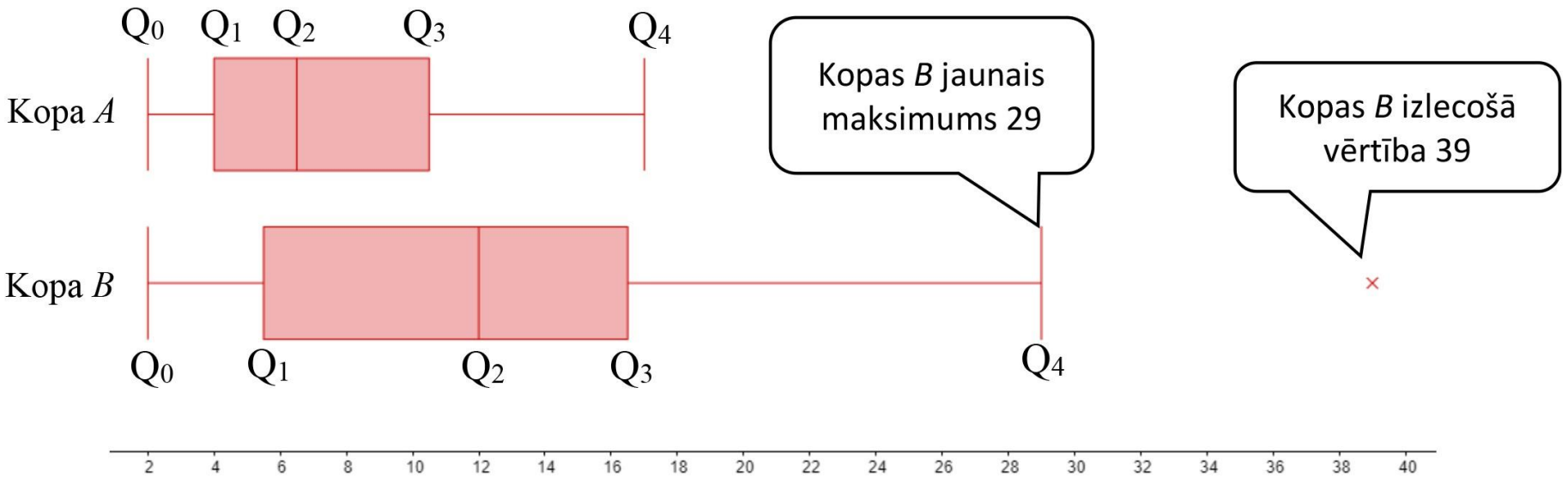
3. Kastu diagrammas (box whisker plot)

Kastu diagramma – diagramma, kuru veido, izmantojot kvartiles.

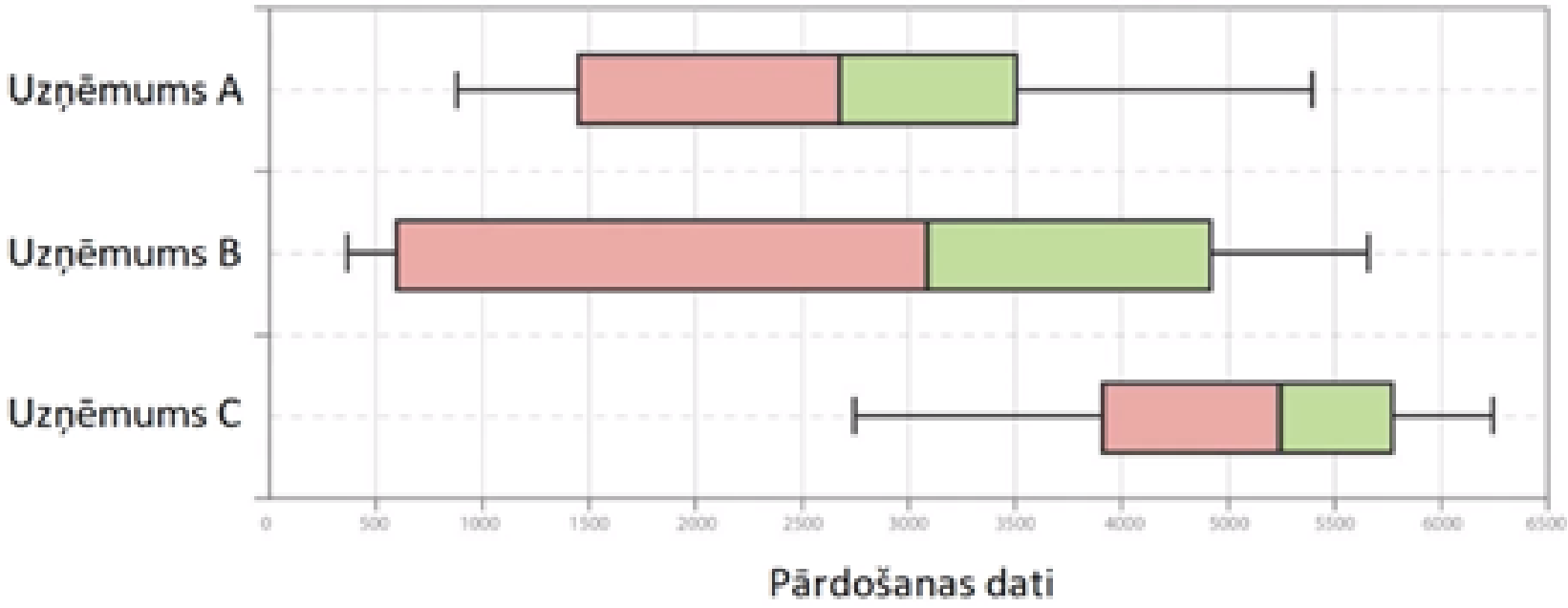


- Vertikālās svītras norāda minimālās un maksimālās vērtības, kas attiecīgi sakrīt ar $\boldsymbol{Q_0}$ un $\boldsymbol{Q_4}$.
- Ar taisnstūra malām (kastu malām) apzīmē $\boldsymbol{Q_1}$ un $\boldsymbol{Q_3}$. Taisnstūra iekšpusē novilktā līnija norāda mediānu, kas sakrīt ar $\boldsymbol{Q_2}$.
- Ar nelielu aplīti vai krustiņu apzīmē izlecošās vērtības.

Piemērs


Q0
Q1
Q2
Q3
Q4
Kopa A
Kopa B
Kopas B jaunais maksimums 29
Kopas B izlecošā vērtība 39
2
4
6
8
10
12
14
16
18
20
22
24
26
28
30
32
34
36
38
40

4. Kur noder kastu diagrammas?



Uzdevums

Uzņēmumu A, B un C pārdošanas dati attēloti kastu diagrammā. Noskaties video un atbildi uz jautājumiem:

1) Kuram no uzņēmumiem biznesā veicās vislabāk? Pamato.

2) Salīdzini A un B uzņēmumu pārdošanas datus (kastu diagrammā), paskaidro kurš no uzņēmumiem strādā stabilāk?

UZDEVUMI PATSTĀVĪGAJAM DARBAM

1. uzdevums

Dotajiem datiem

1) nosaki kvartiles $\boldsymbol{Q_0}$, $\boldsymbol{Q_1}$, $\boldsymbol{Q_2}$, $\boldsymbol{Q_3}$, $\boldsymbol{Q_4}$, starpkvartiļu amplitūdu (IQR), izlecošās vērtības.

2) Izveido kastu diagrammu.

a) Kopa $A = \{2;\ 4;\ 7;\ 7;\ 10;\ 10;\ 14;\ 17\}$.

b) Kopa $B = \{3;\ 8;\ 9;\ 12;\ 13;\ 13;\ 15;\ 20;\ 36\}$.

2. uzdevums

Iedzīvotāju skaits desmit pēc iedzīvotāju skaita lielākajās Latvijas pilsētās, noapaļots līdz pilniem tūkstošiem:

24 25 25 31 39 57 61 77 93 701

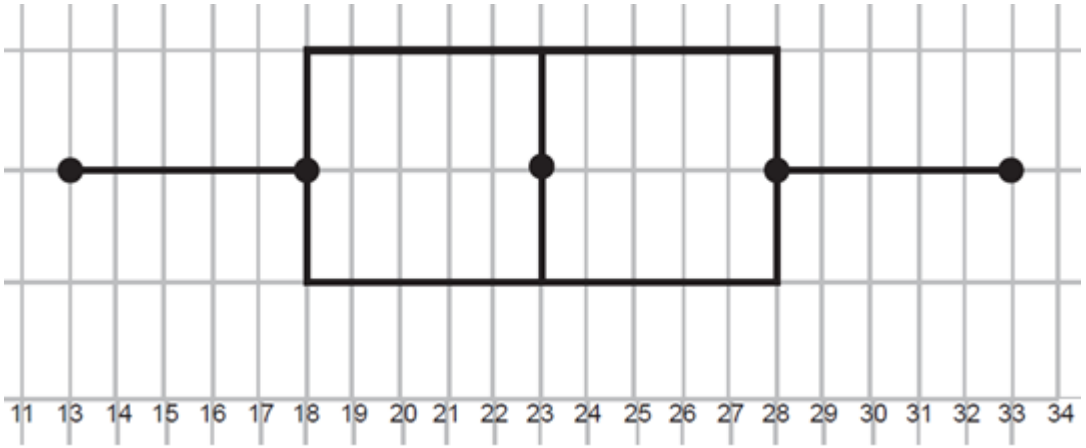
Dotajiem datiem

1) nosaki kvartiles $\boldsymbol{Q_0}$, $\boldsymbol{Q_1}$, $\boldsymbol{Q_2}$, $\boldsymbol{Q_3}$, $\boldsymbol{Q_4}$, starpkvartiļu amplitūdu (IQR), izlecošās vērtības.

2) Izveido kastu diagrammu.

3. uzdevums

Dati attēloti, izmantojot kastu diagrammu.

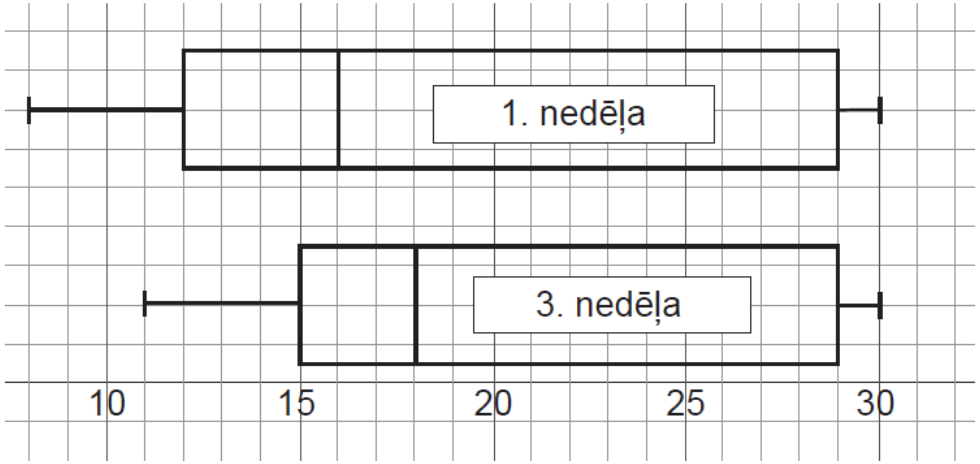


Dotajiem datiem nosaki

1) kvartiles $\boldsymbol{Q_0}$, $\boldsymbol{Q_1}$, $\boldsymbol{Q_2}$, $\boldsymbol{Q_3}$, $\boldsymbol{Q_4}$;
2) starpkvartiļu amplitūdu (IQR);
3) amplitūdu;
4) minimālo un maksimālo vērtību;
5) mediānu.

4. uzdevums

Kastu diagrammas attēlo pārdoto kūku skaita sadalījumu oktobra 1. un 3. nedēļā.



1) Nosaki otro kvartili 1. nedēļas datiem.

2) Nosaki starpkvartiļu amplitūdu 3. nedēļas datiem.

5. uzdevums

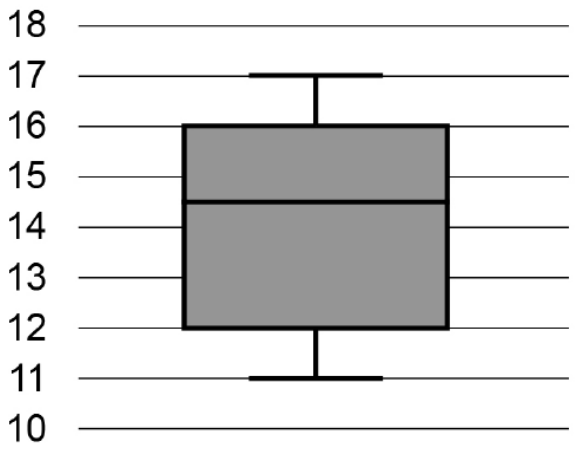
Dotajai kastu diagrammai atbilstošā datu kopa ir

A {11; 12; 14; 15; 16; 17}

B {9; 12; 14; 14; 17; 17}

C {11; 11; 13; 15; 17; 17}

D {11; 12; 13; 14; 15; 16}



6. uzdevums

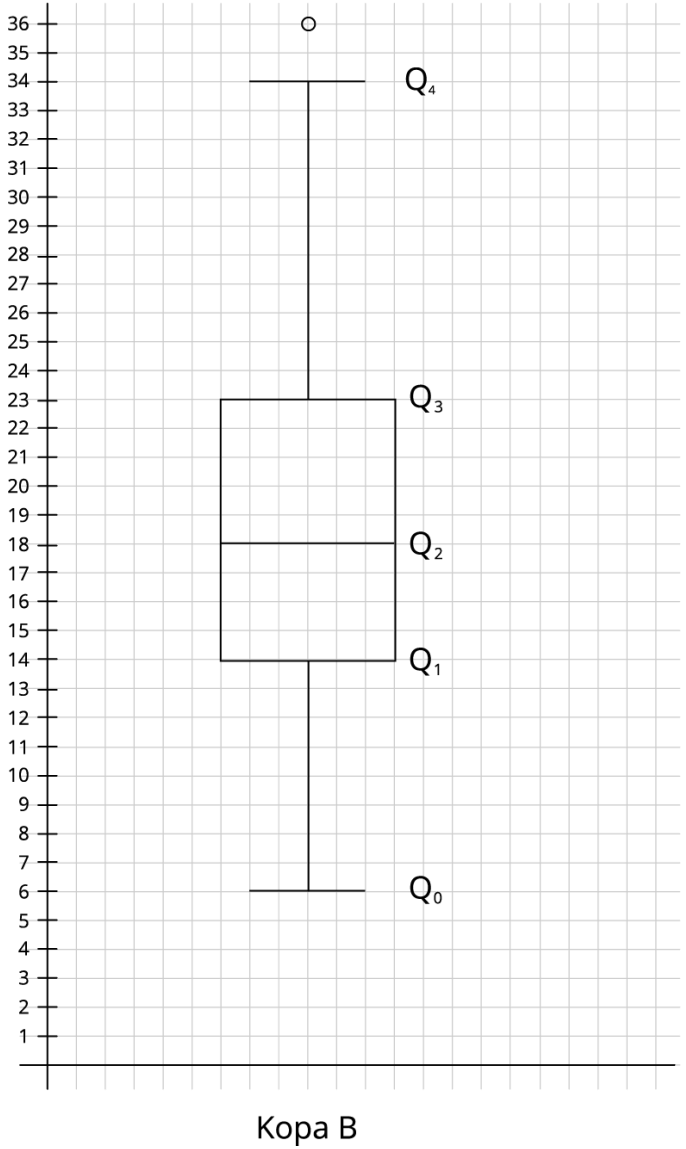
Aptaujājot grupas audzēkņus par ceļā pavadīto laiku (minūtēs) no mājām līdz skolai, tika iegūti šādi dati:
30; 10; 25; 30; 45; 10; 5; 30; 20; 45; 20; 30; 10; 20; 30; 25; 20; 45; 30; 5.

1) Nosaki datu kopas kvartiles ($\boldsymbol{Q_0}$, $\boldsymbol{Q_1}$, $\boldsymbol{Q_2}$, $\boldsymbol{Q_3}$, $\boldsymbol{Q_4}$).
2) Aprēķini datu kopas starpkvartiļu amplitūdu.
3) Nosaki izlecošās vērtības.
4) Nosaki datu kopas mediānu.
5) Nosaki datu kopas modu.
6) Aprēķini datu kopas amplitūdu.
7) Aprēķini grupas audzēkņu vidējo ceļā pavadīto laiku no mājām līdz skolai.
8) Attēlo datus kastu diagrammā.

7. uzdevums

Atzīmē tos statistikas lielumus, ko NEVAR nolasīt no kastu diagrammas!

- Starpkvartiļu amplitūda
- Aritmētiskais vidējais
- Pirmā kvartile
- Minimālā vērtība
- Mediāna
- Moda
- Maksimālā vērtība
- Standartnovirze
- Izlecošās vērtības
- Amplitūda
- Dispersija



Kopa B

LITERATŪRAS SARAKSTS

- Skola2030 mācību un metodiskie līdzekļi

Elektroniskie resursi:

- Datu izkliedes mēri. Video.
  https://www.tavaklase.lv/video/datu-izkliedes-meri-2/

- uzdevumi.lv, virtuālā skola